

# 2021年度共同利用研究報告書

2022年04月25日

所属・職名 鹿児島大学・学術研究院法文教育学域・助教

長田 翔太

		整理番号	20210005	
1.研究計画題目	実社会に見られる複雑なネットワークと無限粒子系の交差点Ⅱー複雑ネットワーク上の情報流ー			
2.新規・継続	継続			
3.種別	若手研究			
4.種目	短期共同研究			
5.研究代表者	氏名	長田 翔太		
	所属 部局名	鹿児島大学・学術研究院法文教育学域	職 名	助教
6.研究実施期間	2021年08月19日(木曜日)～2021年08月19日(木曜日)			
	2021年11月22日(月曜日)～2021年11月26日(金曜日)			
	2022年02月15日(火曜日)～2022年02月20日(日曜日)			
7.キーワード	複雑ネットワーク, スケールフリー, スモールワールド, 大規模相互作用系			
8.参加者人数	51人			

## 9.本研究で得られた成果の概要

本共同研究は、昨年度に引き続き無限粒子系の手法による実社会の問題へのアプローチの開拓を目標として、確率論の若手研究者が中心となり実施された。

計画当初は、深層ニューラルネットワークや複雑ネットワークにおける最適化を粒子系の立場からの理解することを目標としていた。

アドバイザーの恐神氏の助言を受け、行列式点過程を研究の中心に定めた。公開日程では行列式点過程とその応用に関連するワークショップを開催し、これらの話題に関係が深い講演者を招へいし情報収集および意見交換を行った。

非公開日程では、流通現象の粒子系モデルである可積分系の理論的側面に関する議論を行った。非公開日後半にはその議論を継続し、さらに、行列式点過程のサンプリングに関する理論的側面の議論とPythonによるプログラムの実装に取り組んだ。

行列式点過程のサンプリングは、離散空間では様々な手法が知られているが、連続空間上では特別な場合を除いて未発展である。離散近似を用いることで、連続空間上の行列式点過程のサンプリング手法の開発・実装を試みた。連続空間上の行列式点過程のサンプリングは、求積法や関数の近似に用いられることが期待できる。

2021 年度 九州大学 IMI 共同利用研究計画  
(若手研究) 短期共同利用研究  
「実社会に見られる複雑なネットワークと無限粒子系の交差点Ⅱー複雑ネットワーク上の情報流ー」 成果報告書

研究代表者：長田 翔太 (鹿児島大学 学術研究院 法文教育学域教育学系・助教)

新井 裕太 (千葉商科大学 基盤教育機構・助教)

上島 芳倫 (Mathematics Division, National Center for Theoretical Science・Postdoc Fellow)

須田 颯 (慶應義塾大学理工学研究科・学術研究員)

早川 知志 (Mathematical Institute, University of Oxford・DPhil student)

林 晃平 (東京大学大学院数理科学研究科・大学院生)

森 隆大 (京都工芸繊維大学基盤科学系・助教)

2022 年 5 月 2 日

## 1 概要

本報告書は短期共同研究「実社会に見られる複雑なネットワークと無限粒子系の交差点Ⅱー複雑ネットワーク上の情報流ー」の成果報告書である。本共同研究は、2021 年 8 月 19 日 (木) の公開日程および、2021 年 11 月 22 日 (月)~26 日 (金)、2022 年 2 月 15 日 (火) ~20 日 (日) の非公開日程を含み令和 3 年度に実施した。なお、非公開日程の実施日は「九州大学 IMI 共同利用・短期共同研究 公開講演会」のポスターの記載と異なる。

本共同研究は、昨年度に引き続き無限粒子系の手法による実社会の問題へのアプローチの開拓を目標として、確率論の若手研究者が中心となり実施した。

計画当初は、深層ニューラルネットワークや複雑ネットワークにおける最適化を粒子系の立場からの理解することを目標としていた。アドバイザーの恐神氏の助言を受け、行列式点過程を研究の中心に定めた。公開日程では行列式点過程とその応用に関連するワークショップを開催し、これらの話題に関係が深い講演者を招へいし情報収集および意見交換を行った。

非公開日程では、流通現象の粒子系モデルである可積分系の理論的側面に関する議論を行った。非公開日後半にはその議論を継続し、さらに、行列式点過程のサンプリングに関する理論的側面の議論と Python によるプログラムの実装に取り組んだ。

行列式点過程のサンプリングは、離散空間では様々な手法が知られているが、連続空間上では特別な場合を除いて未発展である。離散近似を用いることで、連続空間上の行列式点過程のサンプリング手法の開発・実装を試みた。連続空間上の行列式点過程のサンプリングは、求積法や関数の近似に用いられ

ることが期待できる。

## 2 無限粒子系と複雑なネットワークとの交差点

空間上の有限個あるいは無限個の粒子が相互作用する動的／静的な確率モデルの総称を無限粒子系という。無限個の粒子は本来無限次元の対象であり解析が困難であるが、各粒子は同一であるという対称性を課して無限次元の中でも対称な部分集合という小さな空間（＝配置空間）を考えることで、無限次元空間上の解析を行うことができる。

本共同研究では、深層学習に出現する深層ニューラルネットワークのような複雑ネットワークや階層構造グラフ上の情報の伝播を粒子系の時間発展としてとらえることで、実社会における様々な流通現象を数学的に捉え、特にネットワークやグラフ上の流通コストの最適化問題に取り組むことを当初の目的としていた。

本共同研究では、流通現象の数理モデルであり可積分構造を持つ粒子系の時間発展および長距離相互作用が働く粒子系のスナップショットである行列式点過程のサンプリングについて議論を行った。本共同研究を通じて、可積分構造と行列式構造を持つ粒子系の理論的側面を解明した。また、行列式点過程のサンプリングの実装を行った。

### 2.1 流通現象と粒子系

渋滞は物流現象における実問題として重要な問題であり、また、その数理モデルの1つとして TASEP が知られている [CSS00]。渋滞問題のモデルの1つとされる TASEP は整数格子上の粒子系の時間発展のモデルであり、非対称な相互作用系として理論的にも重要である。また、その粒子配置の確率法則は行列式構造を持つことが知られている。

本共同研究では、TASEP をはじめとする行列式構造を持つ整数格子上の粒子系の挙動の解明に着目し考察した。また、粒子の種類が2種類以上あった場合の粒子系について考察した。

### 2.2 行列式点過程のサンプリング

行列式点過程は repulsive な粒子配置の実現であり、機械学習、数値積分をはじめ様々な領域で応用されている [GBV18, BH20, Gau20]。

行列式点過程の代表例は Gaussian Unitary Ensemble の固有値分布や Uniform Spanning Tree である。これらはモデル特有の性質によりサンプリングが容易である。特に、Uniform Spanning Tree のサンプリングコストは  $N \log N$  である。応用上有限集合の行列式点過程は特に扱いやすいが、一方、一般の連続空間上の行列式点過程は扱いづらく、また、サンプリングも容易ではない。

本共同研究では、連続空間上の行列式点過程とその離散化のサンプリングに着目した。離散近似を用いることでサンプリングのコストの簡略化が見込める。一方、離散近似では分散が大きくなりうるため、例えば、数値積分への応用の際には近似精度が悪くなると予想される。本研究では、連続行列式点過程のサンプリングおよび離散化のサンプリングを実装し、サンプリングコストと精度とトレードオフに関する考察を行った。

### 3 スケジュール

2021年7月15日の時点では、8月17日～22日に共同研究を実施する予定であった。その内訳は8月19日が公開日程、他の5日間は非公開日程であり、「九州大学 IMI 共同利用・短期共同研究 公開講演会」のポスターに記載した。しかし、コロナ禍の状況を考慮し非公開日を延期した。

実際に実施したスケジュールは下記のとおりである：

- 2021年4月7日 採択
- 2021年5月12日 キックオフミーティング (オンライン)
- 2021年5月19日 アドバイザー恐神貴行氏 (日本アイ・ビー・エム株式会社) との議論 (オンライン)
- 2021年5月28日 公開日程の計画・相談 ①, 非公開日程の計画・相談 ① (オンライン)
- 2021年6月25日 流通現象と粒子系に関する議論 ① (オンライン)
- 2021年7月15日 公開日程の計画・相談 ②, 非公開日程の計画・相談 ② (オンライン)
- 2021年8月17日 公開日程の計画・相談 ③, 非公開日程の計画・相談 ③ (オンライン)
- 2021年8月19日 公開日程開催
- 2021年9月24日 流通現象と粒子系に関する議論 ② (オンライン)
- 2021年10月14日 流通現象と粒子系に関する議論 ③ (オンライン)
- 2021年11月2日 流通現象と粒子系に関する議論 ④ (オンライン)
- 2021年11月22日～26日 非公開日程 ① (九州大学産学官連携イノベーションプラザ マス・フォア・インダストリ研究所百道分室)
- 2022年2月2日 非公開日程の計画・相談 ④ (オンライン)
- 2022年2月15日～20日 非公開日程 ② (京都工芸繊維大学)

### 4 採択日～公開日程まで

4月は本研究のアドバイザー恐神貴行氏 (日本アイ・ビー・エム株式会社) への相談に向けて深層学習と粒子系との関係性および行列式点過程のサンプリングと数値積分への応用に関する情報収集を行った。5月には恐神氏への相談の後、行列式点過程周辺に関する研究に路線を絞った。公開日までは、各自が調査した文献を Slack で共有し、月に1度を目途に ZOOM での議論を行った。

### 5 公開日程：2021年8月19日 (木)

情報収集および意見交換のため、公開日では行列式点過程とその応用に関連する講演者を招聘し下記のワークショップを開催した。本ワークショップの講演内容の1部は2021年9月20日 (月) ～2022年3月31日 (木) の間 YouTube にて公開した。

ワークショップ名：実社会に見られる複雑なネットワークと無限粒子系の交差点II

開催時期：2021年8月19日 (木) 10:00～16:00

場所：Zoom ミーティングによるオンライン開催

- 10:00

オープニング

- 10:00-10:40  
講演者：長田 翔太（九州大学）  
題 目：実社会に見られる複雑なネットワークと無限粒子系の交差点
- 11:00-11:40  
講演者：早川 知志（University of Oxford）  
題 目：数値積分のための点過程とサブサンプリング
- 13:00-13:40  
講演者：平尾 将剛（愛知県立大学）  
題 目：球面上の行列式点過程とその周辺
- 14:00-14:40  
講演者：中村 ちから（株式会社ニコン 研究開発本部 数理技術研究所）  
題 目：機械学習手法による極値統計学のハイパーパラメータ選定について
- 15:00-15:40  
講演者：恐神 貴行（IBM 東京基礎研究所）  
題 目：強化学習における多様性
- 16:00  
クロージング

## 6 非公開日程①：2021年11月22日(月)～26日(金)

九州大学産学官連携イノベーションプラザ内マス・フォア・インダストリ研究所百道分室にて、2021年11月22日(月)～26日(金)の5日間にわたり非公開日程を開催した。本共同研究参加者のうち、新井、長田、上島、須田、森が本日程に参加した。流通現象の粒子系においては、新井、森が中心となり理論的側面に関する議論を行った。また、行列式点過程に対してサンプリングの簡易化、応用可能性の理論的側面に関する議論を行った。

## 7 非公開日程②：2022年2月15日(火)～20日(日)

京都工芸繊維大学にて、2022年2月15日(火)～20日(日)の6日間にわたり非公開日程を開催した。本共同研究参加者のうち新井、長田、上島、須田、林、森が本日程に参加した。

流通現象の粒子系においては、新井、森が中心となり行列式構造を持つ可積分系のモデルに対して理論的な考察を行った。連続行列式点過程のサンプリングに関しては、上島、林、森が中心となり Pythonでの実装に取り組んだ。

## 8 研究成果と展望

本共同研究の計画時における研究対象は、複雑ネットワークに関連した具体的な粒子系モデルに対する最適化問題であった。本共同研究では、行列式構造を持つ粒子系を中心とし、様々な具体的モデルの理論的側面を一般論の立場から整理し、粒子系における新たな知見を得ることに注力した。得られた知見はまだ論文等で発表できる段階ではないが、粒子系の立場からの交通現象の数値モデルの理解には十分な成果を得た。

Gaussian Unitary Ensemble の固有値分布は  $\mathbb{R}$  上の (有限粒子) 行列式点過程である。本研究では、この行列式点過程の離散化のサンプリングを実装した。ウェーブレットを用いて離散化すると、 $\mathbb{N} \times \mathbb{Z}$  上の行列式点過程を得る。本研究では、この離散化を用いて行列式点過程をサンプリングすることを目標の一つとしていた。その最初の段階としてその近似の一段目のサンプリングを実装した。離散化行列式点過程の構成には連続行列式点過程の核関数の計算が必要であるが、その際、連続核関数の計算時に巨大な数値を扱うために発生するオーバーフローが実装上での困難となった。今回は任意精度計算を行うことで計算結果が NaN となることを回避し対処できたが、この方法は計算時間が長くなることが難点である。この計算困難の解消は離散化を用いるアイデアの実行の上で今後の課題である。一方、離散化の実装手法が確立されれば連続行列式点過程を離散的にサンプリング可能なため、離散のみで用いられていた行列式点過程の応用を連続でも実行できると考えられる。

本研究で得られた成果は今後学術論文としての出版を目指して議論、研究を継続している。

## 参考文献

- [BH20] Rémi Bardenet and Adrien Hardy. Monte Carlo with determinantal point processes. *The Annals of Applied Probability*, 30(1):368–417, 2020.
- [CSS00] Debashish Chowdhury, Ludger Santen, and Andreas Schadschneider. Statistical physics of vehicular traffic and some related systems. *Physics Reports*, 329(4):199–329, 2000.
- [Gau20] Michel Jean Gautier, Guillaume. *On sampling determinantal point processes*. Theses, Centrale Lille Institut, March 2020.
- [GBV18] Guillaume Gautier, Rémi Bardenet, and Michal Valko. Dppy: Sampling determinantal point processes with python. 2018.

## 実社会に見られる複雑なネットワークと無限粒子系の交差点Ⅱ

日時： 2021年8月19日（木）10：00 ～ 16：00  
場所： 九州大学 伊都キャンパス ウェスト1号館 D棟4階  
IMIオーデトリウム（W1-D-413）  
（Zoomミーティング及び対面によるハイブリッド開催）



### 8月19日（木）

10：00 オープニング

10：00-10：40

長田 翔太（九州大学・学術研究員）

実社会に見られる複雑なネットワークと無限粒子系の交差点

11：00-11：40

早川 知志（University of Oxford・大学院生）

数値積分のための点過程とサブサンプリング

13：00-13：40

平尾 将剛（愛知県立大学・准教授）

球面上の行列式点過程とその周辺

14：00-14：40

中村 ちから（株式会社ニコン 研究開発本部 数理技術研究所）

機械学習手法による極値統計学のハイパーパラメータ選定について

15：00-15：40

恐神 貴行（IBM 東京基礎研究所）

強化学習における多様性

16：00 クロージング

※研究実施期間：2021年8月19日（木）